

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	
	نمره		

## الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی است. ب) اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر است. ج) تابع $f(x) = x^2 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیداً صعودی است.	۰/۷۵
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) برد تابع $y = \tan x$ برابر ..... است. ب) حد تابع $f(x) = \frac{5x+4}{x^2+x-8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر ..... است. ج) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. خط $x = 0$ را ..... منحنی می نامیم.	۰/۷۵
۳	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. الف) نمودار تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید. ب) دامنه تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۴	اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید	۱
۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. $y = \sqrt{3} - c \otimes \frac{\pi}{2}x$	۰/۷۵
۶	معادله مثلثاتی $5 = x(2 \otimes x - 9)$ را حل کنید	۱
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\frac{1}{x} + 3}{x - 3}$	۱/۷۵
«ادامه سوالات در صفحه بعد»		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳		رشته : علوم تجربی		ساعت شروع: ۸ صبح		تعداد صفحه: ۳	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نام و نام خانوادگی :		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸		مدت امتحان: ۱۲۰	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف		سؤالات (پاسخ نامه دارد)		(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)			
نمره							

۸	در نمودار مقابل خط $d$ در نقطه $x=1$ بر نمودار $f$ مماس شده است: (الف) مشتق تابع $f$ را در نقطه $x=1$ محاسبه کنید. (ب) شیب نمودار را در نقاط $C, B$ مقایسه کنید.	۱
۹	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۰	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^8$ ب) $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{3x+2})$	۱/۷۵
۱۱	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. (الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟ (ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟	۱/۵
۱۲	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ در نظر بگیرید: (الف) با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. (ب) مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f$ در بازه $[3, 5]$ در صورت وجود به دست آورید.	۲/۲۵
۱۳	هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت $32 \text{ cm}^2$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه $2 \text{ cm}$ و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.	۱/۵
«داده سوالات در صفحه بعد»		

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۳
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	
	نمره		

## ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۱۷ فقط ۲ سوال را به دلخواه انتخاب و پاسخ دهید.

۱۴	کانونهای یک بیضی نقاط $(۱, ۳)$ و $(۵, -۱)$ است. (الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید. (ب) اگر $a = ۶$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.	۲
۱۵	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $۰/۰۸$ و نوزاد دختر $۰/۰۳$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۲
۱۶	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد، (الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (ب) مقدار $g \circ f\left(\frac{f(0)}{g(0)}\right)$ تعیین کنید.	۲
۱۷	اگر نقطه $(۲, ۱)$ ، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b$ و $d$ را به دست آورید.	۲
جمع نمره		۲۴
"موفق باشید"		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست صفحات: ۷ و ۷۸ و ۱۰۴ ج) نادرست هر مورد	۰/۷۵
۲	الف) $R$ ب) صفر صفحات: ۳۹ و ۶۳ و ۸۰ ج) مماس قائم هر مورد	۰/۷۵
۳	الف) رسم شکل (۰/۵) ب) $D = [-۴, ۶]$ (۰/۲۵) صفحه: ۲۰	۰/۷۵
۴	$f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$ (۰/۵) $\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$ (۰/۵) صفحه: ۲۲	۱
۵	$\max =  a  + c = 1 + \sqrt{3}$ (۰/۵) $T = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$ (۰/۲۵) $\min = - a  + c = -1 + \sqrt{3}$ صفحه: ۴۰	۰/۷۵
۶	$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\cos x = 5$ (۰/۲۵) صفحه: ۴۸ غ ق ق ۵	۱
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{x^2 - x - 6}$ (۰/۷۵) $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{(x+2)(x-3)} = \frac{24}{5}$ (۰/۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x-3} = \frac{-1}{-} = +\infty$ (۰/۵) صفحات: ۵۳ و ۵۷	۱/۷۵
۸	الف) $f'(1) = \frac{2-0}{0-1} = -2$ (۰/۵) ب) $m_B < m_C$ (۰/۵) صفحه: ۷۶	۱
۹	تابع در $x = -2$ پیوسته است. (۰/۲۵)	۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
	$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow f'_+(-2) \neq f'_-(-2) \quad (0/25)$ $f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = -4 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;"><math>f'(-2)</math> موجود نیست. (۰/۲۵) صفحه: ۹۱</p>										
۱۰	<p>(الف) <math>f'(x) = 8 \left( \frac{-3x+1}{x^2+5} \right)^7 \times \left( \frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x+1)}{(x^2+5)^2} \right)</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ب) <math>g'(x) = \underbrace{\left(-\frac{1}{x^2}\right)(\sqrt{3x+2})}_{(0/25)} + \underbrace{\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)}_{(0/5)}</math> (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">صفحات: ۸۸ و ۹۲</p>	۱/۷۵									
۱۱	<p>(الف) <math>\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{130-3}{4-1} = \frac{127}{3} \quad (0/25)</math></p> <p>(ب) <math>m'(4) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \stackrel{t=4}{=} \frac{1}{4} + 96 \quad (0/25)</math></p> <p style="text-align: right;">صفحه: ۱۰۰</p>	۱/۵									
۱۲	<p>(الف) تکمیل جدول: (۰/۷۵) نمره</p> $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \quad (0/25) \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \quad (0/5)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td><td>-1</td><td>2</td></tr> <tr> <td><math>f'</math></td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>f</math></td><td>-16</td><td>11</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">min      max</p> <p>(ب)</p>	$x$	-1	2	$f'$	-	+	$f$	-16	11	۲/۲۵
$x$	-1	2									
$f'$	-	+									
$f$	-16	11									

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	$f(0) = -9 \text{ m/s}$ $f(2) = 11 \Rightarrow (0/75)$ صفحه: ۱۱۲ $f(3) = 0$	
۱۳	$xy = 32 \quad (0/25) \rightarrow \overbrace{f(x) = (y+2)(x+4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x}^{(0/25)} \rightarrow \overbrace{f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2}^{(0/25)} = 0$ $\rightarrow x = 8 \quad (0/25), y = 4 \quad (0/25)$ ابعاد صفحه: $12 \times 6$ است. (۰/۲۵) صفحه: ۱۲۰	۱/۵
سوالات انتخابی		
۱۴	$O \begin{array}{l} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{array} \quad \text{مرکز (0/5)} \quad FF' =  3 - (-5)  = 8 = 2C \quad (0/25) \rightarrow C = 4 \quad \text{الف}$ و معادله قطر بزرگ: $x = 1 \quad (0/25)$ ب) $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \quad (0/25) \rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20} \quad (0/25)$ , $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \quad (0/5)$ صفحه: ۱۳۲	۲
۱۵	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) \quad (0/5)$ $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200} \quad (0/5)$ صفحه: ۱۴۷ (۰/۵) (۰/۵)	۲
۱۶	$\text{الف) } D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4-2x} \in R\} = (-\infty, 2] \quad (0/5)$ ب) $gof(2) - \frac{f}{g}(0) = -1 - (-2) = 1 \quad (0/75)$ صفحه ۲۲	۲
۱۷	$f'(x) = 3x^2 + 2bx \quad (0/5)$ $f'(2) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow 12 + 4b = 0 \quad (0/25) \Rightarrow b = -3 \quad (0/25)$ $f(2) = 1 \quad (0/25) \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \quad (0/25) \Rightarrow d = 5 \quad (0/25)$ صفحه ۱۱۲	۲
۲۴	" در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است "	