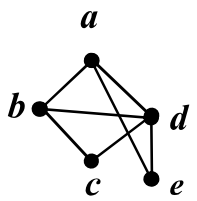
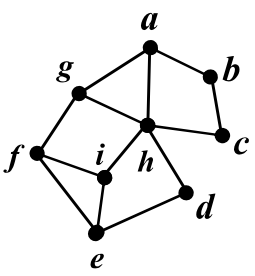


سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
نمره			

۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$، در این صورت $a > b$.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a \mid c, b \mid c)$ و $(\forall m > 0, a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$.</p> <p>ت) بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.</p>	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $5 \mid 4k + 1$ ، ثابت کنید $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$.	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است.</p> <p>ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>	۱
۷	<p>به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.</p> 	۱
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p> 	۱/۲۵
ادامه سوالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
نمره			


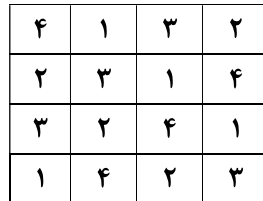
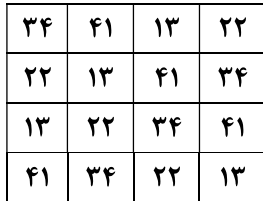
۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره														
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م صفحه ۱۳) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱) ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)	۱														
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$	۱														
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 \mid 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$	۰/۷۵														
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱) $\begin{aligned} 27 &= 13 \times 2 + 1 \Rightarrow 27 \equiv 1 \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \quad (0/25) \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$	۱														
۵	فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad 131 \equiv 5 \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ <table><tr><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table> <p>(قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)</p>	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱/۲۵
ش	ی	د	س	چ	پ	ج										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)	۱														
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). تعریف مسیر و گراف C_n (صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود). ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۱														
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)	۱/۲۵														
۹	برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$. (۰/۲۵) برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$. (۰/۲۵) بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$. (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۲۵														

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	رسم گراف (۰/۵). (تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)  $D = \{2, 5, 8\}$	۱
۱۱	(الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) (ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.) (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)	۱/۵
۱۲	(الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) (ب) $6! \times 5!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱
۱۳	$\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱) (مشابه مثال صفحه ۵۸)	۱
۱۴	(۰/۵) $x_r = 4, x_d \geq 3 \Rightarrow x_d = y_d + 3$ (۰/۲۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_d + x_e = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_d + x_e = 5 \Rightarrow \mathcal{E} = \binom{9}{4}$ (۰/۵) (تمرین ۹ صفحه ۷۱)	۱/۵
۱۵	(الف)  (۰/۷۵) (ب)  (۰/۷۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۲
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. (۰/۵) $\sum_{i=1}^5 (3 \times 2^i - 3) = 243 - 93 = 150$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: (۰/۲۵) $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $505 = k \times 84 + 1 \xrightarrow{n=84} kn + 1 = \text{تعداد کبوترها}$ در این صورت لانه ای وجود دارد که لااقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»