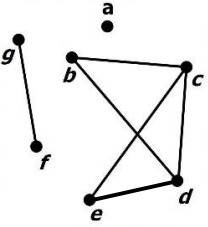
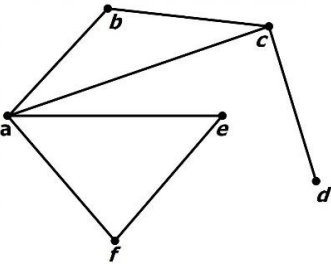


سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع : ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) اگر $x$ یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است. ب) اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$ . پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر $a$ و $b$ به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است. ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید. الف) حاصل $([m^r, m], m^h)$ برابر با ..... است. ب) اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر $a$ و $b$ داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوییم $a$ و $b$ ..... هستند. پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر ..... می نامیم. ت) تعداد یال های گراف $K_7$ برابر ..... است.	۱
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: « برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »	۱
۴	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(4 + \Delta m)$ و $(5 + 6m)$ بر $a$ بخشپذیر باشند ثابت کنید $a = \pm 1$ .	۱/۲۵
۵	اگر $a$ و $b$ عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.	۱
۶	باقی مانده تقسیم عدد $200! + 199! + 198! + \dots + 2! + 1!$ را بر ۱۵ بدست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)	۱/۵
۷	معادله همنهشتی $4x^6 \equiv 1$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.	۱
۸	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را ( اندازه ، مرتبه ) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک ( مسیر ، یال ) وجود داشته باشد. پ) اگر $G$ یک گراف $n$ رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1))$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ ( است. ت) گراف $C_n$ تنها یک ( دور ، مسیر ) $n$ رأسی دارد.	۲
۹	گراف $G$ (شکل مقابل) را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس $b$ بنویسید. ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
		
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. ( استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

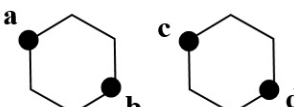

۱۰	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱	
۱۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱	
۱۲	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم . اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند ، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱	
۱۳	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه ، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵	
۱۴	قرار است سه مدرس $T_1, T_2, T_3$ در سه جلسه متوالی در سه کلاس $C_1, C_2, C_3$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.	۱/۲۵	
۱۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیرند؟	۱/۵	
۱۶	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.	۱/۲۵	
	" موفق باشید "	جمع نمره	۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) (پ) نادرست (۰/۲۵) (ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) $m^2$ (۰/۲۵) (ب) نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) (پ) مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) (ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص ۳۸)	۱
۳	(۰/۲۵) $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + x^2 + 2x + 1 \geq 0$ (۰/۲۵) (ص ۷۸) (۰/۲۵) این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است $\Rightarrow (x+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)	۱
۴	(ص ۱۱) (۰/۲۵) $a = \pm 1 \Rightarrow a \mid 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 5(6m+5) - 6(5m+4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 6(5m+4)$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۵	می دانیم مربع هر عدد فرد، به صورت $8k+1$ می باشد (۰/۲۵) $(k \in \mathbb{Z})$ پس داریم (ص ۱۶) $\begin{cases} a^2 = 8k+1 \\ b^2 = 8k'+1 \end{cases} \rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k+1 + 8k'+1 + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r=7$ (۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $1! \equiv 1$ و $2! \equiv 2$ و $3! \equiv 6$ و $4! \equiv 24$ و $5! \equiv 120$ و $200! \equiv 0$ پس داریم (ص ۲۹) $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 200! \equiv \underbrace{1+2+6+24}_{(1)} + \underbrace{120+0+\dots+0}_{(-/25)} \equiv 153$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	چون $20 \mid (12, 8)$ معادله جواب دارد (۰/۲۵) $4x \equiv 10 \rightarrow 4x \equiv 4 \pmod{25} \rightarrow x \equiv 1 \pmod{25} \rightarrow x = 25k + 1$ (ص ۳۰)	۱
۸	الف) مرتبه (۰/۵) (ب) مسیر (۰/۵) (پ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (۰/۵) (ت) دور (۰/۵) (ص ۳۵ و ۳۸)	۲
۹	الف) $\delta(G) = 0$ , $\Delta(G) = 3$ (۰/۵) (ب) $bcedb$ یا $bced$ یا $bdec$ یا $bdce$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) (ت) $N_G(f) = \{g\}$ (۰/۲۵) (ص ۴۱)	۱/۵
۱۰	روش اول می دانیم $\left  \frac{n}{\Delta+1} \right  \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{6}{5} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ بنابراین (۰/۲۵) $2 \leq \gamma(G)$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم $\gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می شود. پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد. (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) > 1$ (۰/۲۵) بنابراین $1 < \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (ص ۳۹)	۱

«ادامه در صفحه ۲»

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
۱۱	رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (انمره)  (ص ۵۳) (به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند: 	۱									
۱۲	(۰/۷۵) $4! \times 2^4 = 384 (۰/۲۵)$ (ص ۷۱)	۱									
۱۳	$x_1 + x_r + x_p + x_f + x_d = 16 \quad x_r = 3 \quad x_p \geq 3, x_d \geq 5 (۰/۵) \xrightarrow{x_r=3 \quad x_p=y_r+3, x_d=y_d+5}$ $x_1 + x_r + 3 + y_r + 3 + y_d + 5 = 16 (۰/۲۵) \quad x_1 + x_r + y_r + y_d = 5 \quad x_i \geq 0, y_d \geq 0 (۰/۲۵) \rightarrow$ $\binom{5+4-1}{4-1} = 56 (۰/۷۵)$ (ص ۷۱)	۱/۷۵									
۱۴	فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس های حاضر در کلاس باشند. (۰/۲۵) طبق مربع لاتین $3 \times 3$ زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲) <table border="1" data-bbox="194 1008 373 1176"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> (۰/۷۵)	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱/۲۵
۱	۲	۳									
۳	۱	۲									
۲	۳	۱									
۱۵	$ A \cup B  =  s  -  A \cup B  =  s  -  A  -  B  +  A \cap B  (۰/۲۵)$ $ s  = 630 (۰/۲۵),  A  = 210 (۰/۲۵),  B  = 126 (۰/۲۵),  A \cap B  = 42 (۰/۲۵)$ (ص ۸۳) $\Rightarrow  A \cup B  = 336 (۰/۲۵)$	۱/۵									
۱۶	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < 2^2 + 2^2 (۰/۲۵) \Rightarrow AB^2 < 8 (۰/۲۵) \Rightarrow AB < \sqrt{8} (۰/۲۵)$ (ص ۸۴)	۱/۲۵									
۲۰	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»