

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

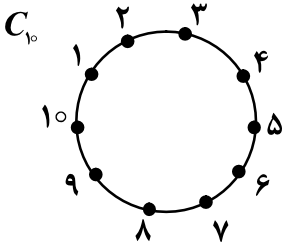
۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a mb, ma b)$. پ) اگر $a b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a, a) است. ت) اگر $ac \equiv bc$ و $(c, m) = d$ آن گاه رابطه $(a \equiv b, a \equiv b)$ برقرار خواهد بود.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	ثابت کنید باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.	۱/۵
۴	اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۲۵
۵	معادله سیاله $6x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۷۵
۶	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۷۵
۷	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن گاه $\gamma(G) > \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$. پ) در گراف P_n عدد احاطه گری برابر با $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ت) $\lceil 3/48 \rceil = 4$.	۱
۸	عدد احاطه گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۹	گراف C_{10} را رسم کنید. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.	۱/۵

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱۰	می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ث» و ۵ عدد ۹، ۷، ۵، ۳، ۱ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه <u>جیرجیرک</u> چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جابه‌جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟	۱/۲۵
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰، $(1 \leq n \leq 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	
ردیف	راهنمای تصحیح			
نمره				
۱	الف) گنگ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵) ب) $a \mid mb$ (۰/۲۵) (ویژگی ۱ صفحه ۱۰) $\frac{m}{d}$ پ) $ a $ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) $a \equiv b$ (۰/۲۵) (ویژگی ۷ صفحه ۲۲)			
۲	فرض خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد. (۰/۲۵) می دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵). یعنی $2\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵). در نتیجه $\alpha \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸)			
۳	$a = 2k + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۲۵) $= 4k(k+1) + 1$ (۰/۲۵) $= 4 \times 2q + 1$ (۰/۲۵) $= 8q + 1$ (۰/۲۵) ضرب دو عدد صحیح متوالی $\Rightarrow r = 1$ (۰/۲۵) (مسأله ۳ صفحه ۱۵)			
۴	$a = bq + r$, $0 \leq r < b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a - bq = r$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} n \mid a \\ n \mid b \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid a - bq$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid r$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۲ صفحه ۱۷)			
۵	$\underbrace{6x \equiv 185}_{(۰/۲۵)} = 23 \times 7 + 24$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6x \equiv 24$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 7k + 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -6k + 23$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)			
۶	الف) $7 - 4 = 3$ (۰/۷۵) (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷) ب) $abcd a$ یا $a d b c a$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) $q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) (مسأله ۳ صفحه ۳۸)			
۷	الف) نادرست (۰/۲۵) (تعریف احاطه گر مینیمم صفحه ۴۴ و تعریف احاطه گر مینیمال صفحه ۴۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (کادر بالای صفحه ۴۹) پ) درست (۰/۲۵) (تمرین ۵ صفحه ۵۳) ت) درست (۰/۲۵) (مفهوم سقف یک عدد در صفحه ۴۸)			
۸	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۵). $\left\lceil \frac{10}{3+1} \right\rceil = 3$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)			
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		
ردیف	راهنمای تصحیح			
۹	<div>رسم نمودار (۰/۲۵)</div> <div>الف) $D=\{1,4,7,10\}$ (۰/۵) (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.)</div> <div>ب) $D=\{1,3,5,7,9\}$ (۰/۷۵) (به مجموعه های احاطه گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.)</div> <div></div> <div>(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)</div>			
۱۰	<div>$6!\times 3!$ (۰/۵)</div> <div>(مشابه مثال صفحه ۵۶)</div>			
۱۱	<div>$\frac{7!}{2!\times 2!\times 2!}$ (۱)</div> <div>(مشابه مثال صفحه ۵۸)</div>			
۱۲	<div>$x_1+x_7+x_7+x_7+x_8+x_8=10$ (۰/۲۵)</div> <div>$x_7\geq 4$ (۰/۲۵)$\Rightarrow y_7=x_7-4, y_7\geq 0$ (۰/۲۵)</div> <div>$x_8>2$ (۰/۲۵)$\Rightarrow y_8=x_8-3, y_8\geq 0$ (۰/۲۵)</div> <div>$x_1+x_7+y_7+4+x_8+x_8+y_8+3=10$ (۰/۲۵)</div> <div>$\Rightarrow x_1+x_7+y_7+x_8+y_8=3\Rightarrow \mathcal{C}=\binom{8}{5}$ (۰/۲۵)</div> <div>(مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)</div>			
۱۳	<div><div><div><div><div>۱</div><div>۲</div><div>۳</div></div><div><div>۳</div><div>۱</div><div>۲</div></div><div><div>۲</div><div>۳</div><div>۱</div></div></div><div>$B=$</div><div><div><div>۱۲</div><div>۲۳</div><div>۳۱</div></div><div><div>۳۳</div><div>۱۱</div><div>۲۲</div></div><div><div>۲۱</div><div>۳۲</div><div>۱۳</div></div></div></div><div>\Rightarrow</div><div><div><div>۱۲</div><div>۲۳</div><div>۳۱</div></div><div><div>۳۳</div><div>۱۱</div><div>۲۲</div></div><div><div>۲۱</div><div>۳۲</div><div>۱۳</div></div></div></div> <div>(۰/۲۵)</div> <div>(۰/۵)</div> <div>متعامدند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵)</div> <div>(مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)</div>			
۱۴	<div>$A=\{1\leq n\leq 300 n=4k\ (k\in N)\}$ (۰/۲۵)$\Rightarrow A =\left[\frac{300}{4}\right]=75$ (۰/۲۵)</div> <div>$B=\{1\leq n\leq 300 n=5k\ (k\in N)\}$</div> <div>$A\cap B=\{1\leq n\leq 300 n=20k\ (k\in N)\}$ (۰/۲۵)$\Rightarrow A\cap B =\left[\frac{300}{20}\right]=15$ (۰/۲۵)</div> <div>$A\cap B' = A - A\cap B$ (۰/۲۵)$=75-15=60$ (۰/۲۵)</div> <div>(مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳)</div>			
۱۵	<div>برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ (۰/۲۵) و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می گیرد.</div> <div>یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵)</div> <div>(سوال ۱۱ صفحه ۸۳)</div>			
۲۰	جمع نمره			