

ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	نام و نام خانوادگی: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://ace.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در فوبت دی ماه سال ۱۳۹۹	رشته: ریاضی فیزیک

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی</p> <p>ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیزموازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود.</p> <p>پ) راس سهمی به معادله $x^2 + 2x - 2y = 0$ نقطه به مختصات است.</p> <p>ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر \bar{a} و \bar{b} که با هم موازی هستند، برابر بردار است.</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای ماتریس های متمایز A، B و C داشته باشیم، $AB=AC$، آنگاه لزوماً $B=C$ است</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d, d' به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد.</p> <p>پ) نقطه (-۲, ۳) روی دایره $x^2 + y^2 + 2x = 0$ قرار دارد.</p> <p>ت) برای دو بردار غیر صفر \bar{a} و \bar{b}، حاصل $\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = 0$ است.</p>	۲
۰/۷۵	<p>اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس 3×3 باشد، در آیه های a_{12}, a_{21}, a_{33} را باشد، در آیه های $i < j$, $i = j$, $i > j$ بدل دست آورید.</p>	۳
۱	<p>مقادیر x و y را از معادله زیر به دست آورید.</p> $\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ * & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$	۴
۱	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & b \\ b & -1 \end{bmatrix}$ مقدادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ * & -1 \end{bmatrix}$ ماتریس قطری باشد.</p>	۵
۱/۵	<p>دستگاه مقابله را با استفاده از A^{-1} حل کنید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$	۶
	» ادامه سوالات در صفحه دوم	

ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶	نام و نام خانوادگی:	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ http://aee.medu.ir			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی

ردیف	سؤالات (با سخ نامه دارد)	نمره
۷	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $ A \times B + 2I_3 =$	۱/۲۵
۸	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.	۱/۵
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $3x - y = 3$ شامل قطراهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.	۱/۲۵
۱۰	وضعیت دو دایره $x^2 + (y-1)^2 = 1$ و $x^2 + (y-1)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقاط F و F' کانون‌های بیضی اند. اگر $AF = BF$ باشد ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند.	۱
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که $(1, 2)$ رأس و $(-2, 1)$ کانون آن باشد، وسیس معادله خط هادی آن را بیابید.	۱/۲۵
۱۳	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضای \mathbb{R}^3 را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱
۱۴	دوبعدی $(1, 2, -1)$ و $(0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید. الف) بردار \vec{a} در کدام ناحیه از فضای \mathbb{R}^3 واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود) ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۵	برای هر دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند.	۱
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 0)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار \vec{b} بیابید.	۱
۱۷	مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می‌آید.	۱
	جمع نمره موفق و سربلند باشید .	۲۰

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ندارد (۰/۲۵) ب) بیضی ($\frac{1}{2}$) (۰/۲۵) پ) (۱) (۰/۲۵) ت) صفر (۰/۲۵)	۱
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۳	$a_{33} = 2(0/25), a_{31} = 3 + 1 = 4(0/25), a_{12} = 1 - 2 = -1(0/25)$	۰/۷۵
۴	$\begin{bmatrix} 2x & 4x-2 \\ 4 & y-2 \end{bmatrix} \xrightarrow{0/5} \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2(0/25) \\ 4x-2 = y-2 \Rightarrow y = 8(0/25) \end{cases}$	۱
۵	$A \times B = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{0/5} \xrightarrow{0/5} \begin{cases} 2a-8=0 \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow a=4(0/25) \\ b-3=0 \Rightarrow b=3(0/25) \end{cases}$	۱
۶	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (0/25), A = 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-5) = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (0/25), B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$ $X = \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_{0/25} = A^{-1} \times B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1+40 \\ 2+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2(0/5)$	۱/۵
۷	$ A = (4-9-4) - (-4-12+3) = -9+13 = 4 (0/25), B = -6 (0/25)$ $ A \times B + 2I_2 = \underbrace{ A \times B }_{0/5} + 8 I = -24 + 8 = -16$	۱/۲۵
۸	مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم (۰/۲۵) نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط d'', d' , d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d'', d' , d'' با دایره مطابق شکل جواب مساله است. اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. اگر یکی از دو خط d' یا d'' بر دایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. اگر هیچ یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد. رسم شکل (۰/۲۵)	۱/۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 & (0/25) \\ y=-1 & (0/25) \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (0/5)$ <p>مرکز دایره $(-1, 2)$ وشعاع آن برابر $r = 2$ است. معادله دایره برابر با: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ است.</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>مرکز وشعاع دایره $O = (1, 0)$, $r = 1$ برابر است با: 1 $(0/5)$</p> <p>مرکز وشعاع دایره $O' = (0, 1)$, $r' = 1$ برابر $x^2 + (y-1)^2 = 1$ $(0/5)$</p> <p>فاصله دو مرکز برابر $OO' = \sqrt{2}$ $(0/25)$ و $r + r' = 2$ $(0/25)$</p> <p>$r - r' < OO' < r + r'$ $(0/25)$</p> <p>بنابرین دو دایره متقاطع آند $(0/25)$</p>	۲
۱۱	<p>نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم</p> <p>نقاطه A روی بیضی قرار دارد بنابراین $AF + AF' = 2a$ $(0/25)$</p> <p>نقاطه B روی بیضی قرار دارد $BF + BF' = 2a$ $(0/25)$</p> <p>از (۱) و (۲) و فرض $AF = BF'$ نتیجه می شود $AF' = BF$ $(0/25)$</p> <p>بنابراین چهارضلعی $AFBF'$ یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی آند. $AF \parallel BF'$ $(0/25)$</p>	۱
۱۲	<p>با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:</p> <p>سهمی رو به پایین و $a = \frac{4}{\sqrt{25}}$</p> <p>معادله خط هادی: $y = \frac{6}{5}$</p> <p>معادله سهمی: $(x-1)^2 = -16(y-2)$ $(0/5)$</p>	۱/۲۵
۱۳	<p>نقاط A, B $(0/5)$ زیرا در این دونقطه $y=2$ و $z=1$ باشد.</p>	۱
۱۴	<p>الف) بردار \vec{a} در ناحیه ۵ واقع است. $(0/5)$</p> <p>$2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow 2\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$ $(0/5)$</p> <p>ب) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ $(0/25)$</p>	۰/۵
۱۵	<p>$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \vec{b} \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ $(0/25)$</p>	۱
	«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \underbrace{\frac{۲+۱+۰}{۱+۱+۰}}_{۰/۲۵} \underbrace{(۱, -۱, ۰)}_{۰/۵} = \underbrace{\frac{۳}{۲}}_{۰/۲۵} (۱, -۱, ۰)$	۱
۱۷	$\vec{a} \times \vec{b} = (۳, ۲, ۱) \times (۲, ۰, ۱) = (۲, -۱, -۴) \quad (۰/۵)$ $S = \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{۴ + ۱ + ۱۶} = \sqrt{۲۱} \quad (۰/۵)$	۱
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

" مصحح گرامی ، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "