

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

الف) بخش الزامی

دانش آموزان عزیز به سوالات اقا ۱۲ (جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید)

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ m-1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.</p> <p>ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $A = 5$ باشد آنگاه $\frac{1}{4}A$ برابر است.</p> <p>پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است.</p> <p>ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.</p>	۱
۲	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید</p> <p>الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c' \end{cases}$، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.</p> <p>ب) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.</p> <p>پ) هرگاه صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.</p> <p>ت) رابطه $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ معادله یک دایره است.</p>	۱
۳	<p>اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x+y+z$ را بیابید.</p>	۱/۵
۴	<p>معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix}$ را حل کنید.</p>	۱/۲۵
۵	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشند حاصل $A + B^2$ را بیابید.</p>	۱/۵
	«ادامه سوالات در صفحه دوم»	

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد (I_2 ماتریس همانی است)	۲
۷	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(3, 1)$ مرکز آن بوده و بر خط به معادله $4x + 3y + 5 = 0$ مماس باشد.	۱/۲۵
۸	وضعیت خط $x - y - 1 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۹	مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است، طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۰	در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. خط d را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$	۱
۱۱	مختصات کانون، رأس و معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 6y + 16x + 25 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که $A(4, 6)$ رأس و $y = 3$ معادله خط هادی آن باشد.	۱/۲۵

(ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب آئمره از سوالات ۱۳ تا ۱۶ فقط ۲ سؤال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۳	الف) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ فاقد جواب است؟ ب) دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ را با استفاده از A^{-1} حل کنید	۲
«ادامه سوالات در صفحه سوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ باشد و با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$ مماس داخل باشد.	۳
۱۵	الف) نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ در فضای \mathbb{R}^3 چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار $X = 0$ دارد؟ ب) اگر $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$ باشد اندازه بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ را به دست آورید.	۲
۱۶	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. الف) زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} پیدا کنید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۴

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		ساعت شروع: ۸ صبح		رشته: ریاضی فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir				دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹			
نمره		راهنمای تصحیح				ردیف	
۱		بخش الف (الزامی) الف) $m = 1$ (0/25) ب) $\frac{5}{8}$ (0/25) پ) $\frac{1}{2}$ (0/25) ت) نقطه (0/25)				۱	
۱		الف) نادرست (0/25) ب) درست (0/25) پ) درست (0/25) ت) نادرست (0/25)				۲	
۱/۵		$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x-2=8 \\ z+1=4 \end{cases} \xrightarrow{(\cdot/5)} \underbrace{x=10}_{(\cdot/25)}, \underbrace{y=8}_{(\cdot/25)}, \underbrace{z=3}_{(\cdot/25)} \Rightarrow x+y+z=21 \quad (\cdot/25)$				۳	
۱/۲۵		$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix}}_{(\cdot/5)} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 3x-21 \end{bmatrix}}_{(\cdot/5)} = 0 \Rightarrow x=7 \quad (\cdot/25)$				۴	
۱/۵		$ A = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 10 = 20 \quad (\cdot/5) \quad , \quad B = -6 \quad (\cdot/5) \rightarrow B^T = 36 \quad (\cdot/25)$ $ A + B^T = 56 \quad (\cdot/25)$				۵	
۲		$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (\cdot/5)$ $mA + nI = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 4m \\ 2m & m \end{bmatrix}}_{(\cdot/25)} + \underbrace{\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}}_{(\cdot/5)} = \underbrace{\begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix}}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \underbrace{n=8}_{(\cdot/25)} , \underbrace{m=1}_{(\cdot/25)}$				۶	
۱/۲۵		$r = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 12 + 3 + 5 }{\sqrt{16 + 9}} = 4 \quad , \quad (x-3)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (\cdot/5)$				۷	
۱/۲۵		$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2 \rightarrow O(1, -2), r = \sqrt{2} \quad (\cdot/5)$ $d = \frac{ 1+2-1 }{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (\cdot/5)$ $r = d \Leftrightarrow \text{خط بر دایره مماس است.} \quad (\cdot/25)$				۸	
۱/۲۵		$OF = c = 4, \quad OA = a = 8 \xrightarrow{(\cdot/5)} b^2 = a^2 - c^2 = \underbrace{64 - 16}_{(\cdot/25)} = 48 \rightarrow \underbrace{b = 4\sqrt{3}}_{(\cdot/25)} \rightarrow 2b = 8\sqrt{3} \quad (\cdot/25)$				۹	
« ادامه در صفحه دوم »							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۵/۲۸	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهر یور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>مجموع $MF + MF'$ کم ترین مقدار است بنا به خاصیت کوتاه ترین مسیر، زاویه های $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی: $MF \parallel NF'$ و d مورب، در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}_1$ (۰/۲۵)</p> <p>نتیجه می شود $\hat{N} = \hat{M}_2$ (۰/۲۵)</p> <p>مثلث MNF' متساوی الساقین است.</p> <p>یعنی $MF' = NF'$ (۰/۲۵).</p>	۱
۱۱	<p>فرم استاندارد سهمی به صورت $(y-3)^2 = -16(x+1)$ است. (۰/۵) سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می شود. (۰/۲۵) راس سهمی نقطه $A(-1, 3)$ است. (۰/۲۵) و $a=4$ (۰/۲۵) مختصات کانون آن نقطه $F(-a+h, k) = (-5, 3)$ است. (۰/۲۵) معادله خط هادی سهمی به صورت $x = a+h = 3$ است. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>با توجه به جایگاه رأس و خط هادی، سهمی قائم و دهانه سهمی رو به بالا است (۰/۵) و $a=3$ (۰/۲۵)</p> <p>فرم استاندارد سهمی به صورت: $(x-h)^2 = 4a(y-k) \Rightarrow (x-4)^2 = 12(y-6)$ (۰/۵)</p>	۱/۲۵
<p>مصحح گرامی، اگر دانش آموزی به بیش از ۲ سوال انتخابی پاسخ داده باشد فقط ۲ سوال اول را تصحیح نمایید.</p> <p>ب) بخش انتخابی</p>		
۱۳	<p>(الف) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(-/25)} 6 + 2m = 0 \xrightarrow{(-/25)} m = -3$ (۰/۲۵)</p> <p>(ب) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \xrightarrow{(-/25)} A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-/25)} x=1, y=-1$ (۰/۲۵)</p>	۲
۱۴	<p>$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4 \rightarrow O'(4, -2), r'=2$ (۰/۵)</p> <p>$OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (۰/۲۵)</p> <p>$r-r' = OO' \xrightarrow{(-/25)} r-2 = 5 \xrightarrow{(-/25)} \begin{cases} r=7 & (0/25) \\ r=-3 & (0/25) \end{cases} \rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 49$ (۰/۲۵) غ ق ی</p>	۲
	«ادامه در صفحه سوم»	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۵/۲۸					
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهر یور ماه سال ۱۳۹۹				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره	
۱۵		<p>الف) محور y ها است. $(۰/۵)$ معادله $x = ۰$ معادله صفحه yz که شامل محور y ها است. $(۰/۵)$</p> <p>ب) $\vec{a} + 2\vec{b} = (2, -1, 3) + 2(1, 2, 0) = (4, 3, 3) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\vec{a} + 2\vec{b} = \sqrt{16 + 9 + 9} = \sqrt{34} \quad (۰/۵)$</p>						۲	
۱۶		<p>الف) $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 2) \times (1, -1, 0) = (2, 2, -1) \quad (۰/۵)$</p>						۲	
		" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "						۲۴	